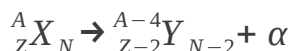


Διάλεξη 5: Αποδιέγερσεις α και β

Αποδιέγερση α

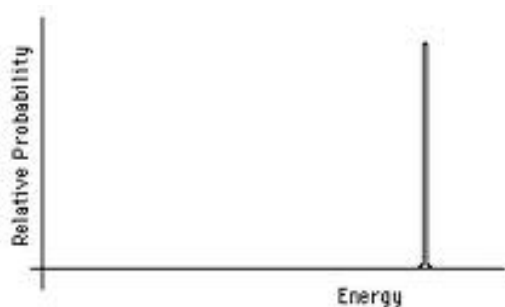
Όπως ειπώθηκε και προηγουμένως κατά την αποδιέγερση α ένας πυρήνας μεταπίπτει σε μια πιο σταθερή πυρηνική κατάσταση μέσω της **εκπομπής ενός σωματιδίου α** – δηλαδή ενός πυρήνα ${}^4\text{He}$. Ο πυρήνας που προκύπτει είναι ελαφρύτερος κατά 4 μονάδες μάζας και περιέχει 2 πρωτόνια και 2 νετρόνια λιγότερα από τον πατρικό πυρήνα.



Η αποδιέγερση α είναι ο κυρίαρχος μηχανισμός αποδιέγερσης βαρέων πυρήνων όπου παρά την υπεροχή σε αριθμό των νετρονίων η άπωση Coulomb ($\sim Z^2$) γίνεται σημαντική έναντι της ενέργειας σύνδεσης η οποία αυξάνει ευθέως ανάλογα με τον μαζικό αριθμό α. Το γεγονός ότι η φύση επιλέγει αυτό τον τρόπο αποδιέγερσης ενός σωματιδίου α προς σταθερότερα πυρηνικά συστήματα οφείλεται στο ότι το σωματίδιο α είναι εξαιρετικά σταθερό και έχει πολύ μεγάλη ενέργεια σύνδεσης οπότε ενεργειακά αυτή η αποδιέγερση είναι προτιμητέα. Η ενέργεια που απελευθερώνεται κατά την αποδιέγερση α είναι:

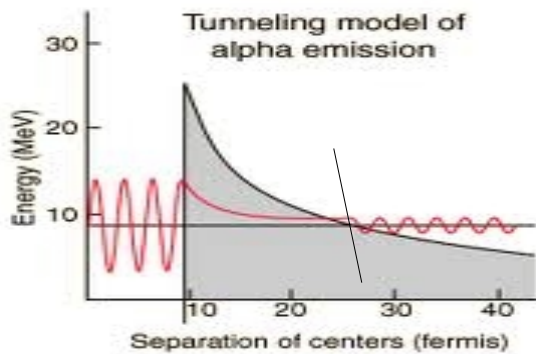
$$Q = (M_X - M_Y - M_\alpha) \cdot c^2$$

Μάλιστα **επειδή ο θυγατρικός πυρήνας είναι κατά πολύ βαρύτερος του σωματιδίου α η ενέργεια αυτή αποδίδεται σχεδόν όλη στο σωματίδιο α**. Έτσι σε ένα πείραμα όπου ένα ασταθές ισότοπο όπως για παράδειγμα μια πηγή ${}^{226}\text{Ra}$ τοποθετείται μπροστά από έναν σωματιδιακό ανιχνευτή που μετρά την ενέργεια των εκπεμπόμενων σωματιδίων περιμένουμε να διαβάσουμε **μία μόνο τιμή ενέργειας**. Αυτό συμβαίνει διότι η αρχή διατήρησης της ενέργειας και της ορμής καθορίζουν πλήρως την ενέργεια του εκπεμπόμενου σωματιδίου.



Σχήμα 1: Ενεργειακό φάσμα πηγής σωματιδίων α.

Αυτό που είναι εξαιρετικά ενδιαφέρον με τη την αποδιέγερση α είναι το γεγονός ότι πρόκειται για ένα καθαρά κβαντομηχανικό φαινόμενο μια και κλασικά η αποδιέγερση α είναι ενεργειακά μη επιτρεπτή. Πρόκειται δηλαδή για μια άμεση εφαρμογή του φαινομένου της σήραγγος όπου ένα σωματίδιο μπορεί να εισέλθει εντός ενός φράγματος δυναμικού και να διαφύγει ενώ σύμφωνα με την κλασική μηχανική είναι ενεργειακώς αδύνατο.



Σχήμα 2: Γραφική αναπαράσταση της κυματοσυνάρτησης που περιγράφει την αποδιέγερση α.

Παράδειγμα

Πιθανότητα αποδιέγερσης α από πυρήνα ^{241}Am ($Z=95$).
Θεωρήστε $E_\alpha = 5.5 \text{ MeV}$

Λύση:

Συντελεστής διέλευσης

$$T(E) \approx e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m} \int_R^{R_1} \sqrt{U(r) - E} dr}$$

$$k \frac{(Z-2) \cdot 2e^2}{R_1} = E = Q \Rightarrow R_1 = k \frac{(Z-2) \cdot 2e^2}{E}$$

$$\text{σταθερά λεπτής υφής: } \alpha = \frac{e^2}{\hbar c (4\pi \epsilon_0)} \Rightarrow k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} = \frac{\alpha \hbar c}{e^2}$$

$$\Rightarrow R_1 = \alpha \hbar c \frac{(Z-2) \cdot 2}{E} = \frac{197 (\text{MeV fm}) \cdot 93 \cdot 2}{5.5 \text{ MeV} \cdot 137} = 48.6 \text{ fm}$$

$$R = r_0 \cdot A^{1/3} = 1.2 \cdot 237^{1/3} = 7.426 \text{ fm}$$

$$I = \int_R^{R_1} \sqrt{U(r) - E} dr = \sqrt{E} \int_R^{R_1} \sqrt{\frac{U(r)}{E} - 1} dr$$

$$\frac{U(r)}{E} = k \frac{(Z-2) \cdot 2e^2}{r \cdot E} = \frac{R_1}{R}$$

$$I = \sqrt{E} \int_R^{R_1} \sqrt{\frac{U(r)}{E} - 1} dr = \sqrt{E} \int_R^{R_1} \sqrt{\frac{R_1}{r} - 1} dr = \sqrt{E} \cdot R_1 \cdot \int_{R/R_1}^1 \sqrt{\frac{1}{z} - 1} dz$$

$$\text{με αλλαγή μεταβλητής } z = \frac{r}{R_1}$$

$$I = \sqrt{E} \cdot R_1 \cdot \int_{R/R_1}^1 \sqrt{\frac{1}{z} - 1} dz = \sqrt{E} \cdot R_1 \cdot \int_{0.153}^1 \sqrt{\frac{1}{z} - 1} dz$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{E} \cdot R_1 \cdot 0.809 = \sqrt{5.5 \cdot 48.6} \cdot 0.809 = 92.2 \text{ (MeV)}^{1/2} \cdot \text{fm}$$

$$T(E) \approx e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m} \int_R^{R_1} \sqrt{U(r) - E} dr}$$

$$T(E) = \exp\left(-\frac{2}{\hbar \cdot c} \cdot \sqrt{2m c^2} \cdot I\right) = \exp\left(\frac{-2}{197 \text{ (MeV fm)}} \cdot \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 931 \text{ MeV}} \cdot 92.2\right)$$

$$T(E) \approx \exp(-80.8) \approx 8.3 \cdot 10^{-36}$$

Πολύ μικρή πιθανότητα διέλευσης! Αλλά αν πολλαπλασιαστεί με τον αριθμό των κρούσεων στο φράγμα δυναμικού ανά μονάδα χρόνου έχουμε

$$f = \frac{u}{2R} \approx 10^{21} \text{ (1/s)}$$

$$\text{Δισπάσεις ανά δευτερόλεπτο} \approx 8.3 \cdot 10^{-15} \text{ (1/s)}$$

Αν πάρουμε τον αντίστροφο αυτού του αριθμού παίρνουμε κάποια εκατομμύρια χρόνια. Όχι και τόσο "κακό" αποτέλεσμα για έναν τόσο πρόχειρο υπολογισμό.

Αποδιέγερση β

Όπως περιγράφηκε και πιο πριν κατά την αποδιέγερση β **ένα πρωτόνιο του πυρήνα μετατρέπεται σε νετρόνιο, ή αντίστροφα, ένα νετρόνιο μετατρέπεται σε πρωτόνιο**. Το ποια από τις δύο διαδικασίες συμβαίνει εξαρτάται από το ισότοπο στο οποίο αναφερόμαστε. Αν το εν λόγω ασταθές ισότοπο έχει περισσότερα πρωτόνια από το

αντίστοιχο γειτονικό ισοβαρές σταθερό ισότοπο τότε **το πρωτόνιο μετατρέπεται σε νετρόνιο** οδηγώντας έτσι σε ένα σταθερότερο πυρηνικό σύστημα μέσω αποδιέγερσης β^+ .

$$\beta^+ : p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

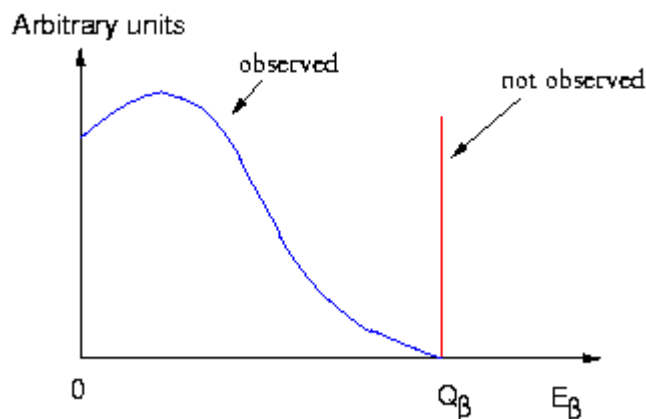


Το αντίθετο ισχύει στην περίπτωση που έχουμε ένα ισότοπο περισσότερο πλούσιο από ότι "πρέπει" σε νετρόνια. Τότε, **ένα νετρόνιο του πυρήνα μετατρέπεται σε πρωτόνιο** και έτσι πάλι οδηγούμαστε πιο κοντά στην κοιλάδα σταθερότητας μέσω της αποδιέγερσης β^- .

$$\beta^- : n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$



Η τρίτη διαδικασία – η **ηλεκτρονική σύλληψη** -έχει το ίδιο αποτέλεσμα με την αποδιέγερση β^+ . Δηλαδή, και πάλι εδώ ένα πρωτόνιο του πυρήνα μετατρέπεται σε νετρόνιο προς ένα σταθερότερο πυρηνικό σύστημα.



Σχήμα 3: Ενεργειακό φάσμα ακτινοβολίας β (ηλεκτρόνια). Με μπλε χρώμα παρουσιάζεται το παρατηρούμενο ενεργειακό φάσμα ενώ με το κόκκινο αυτό που θα παρατηρούσαμε αν η εκπομπή της ακτινοβολίας β δεν συνοδεύονταν από την εκπομπή ενός νετρίνου ή αντινετρίνου.

Αυτό που παρουσιάζει ενδιαφέρον με την αποδιέγερση β είναι το εξής φαινόμενο. Αν παρατηρήσουμε το **ενεργειακό φάσμα των σωματιδίων β** παρατηρούμε ότι δεν έχουμε μια καλά ορισμένη ενέργεια σωματιδίων αλλά ένα φάσμα σχεδόν συνεχές μέχρι κάποια μέγιστη τιμή ενέργειας. Αυτό δημιούργησε αρχικά πολλά προβλήματα στην κατανόηση της αποδιέγερσης β , αλλά σήμερα γνωρίζουμε ότι αυτό οφείλεται στην ύπαρξη ενός επιπλέον ουδέτερου σωματιδίου το οποίο αν έχει κάποια μάζα αυτή είναι ελάχιστη. Το γεγονός ότι έχουμε δηλαδή τρία σωματίδια στην περίπτωση της αποδιέγερσης β^+ και β^- αυτό καθιστά την ενέργεια του σωματιδίου β αβέβαιη μια και υπακούει την κινηματική

των τριών σωμάτων.

Αυτό που χρειάζεται έναν επιπλέον σχολιασμό στην περίπτωση της αποδιέγερσης β^- είναι ο υπολογισμός της **διαθέσιμης ενέργειας Q** από την κάθε μορφή αποδιέγερσης. Στον συμβολισμό που ακολουθεί με κεφαλαία γράμματα συμβολίζονται οι ατομικές μάζες του θυγατρικού (D) και του πατρικού πυρήνα (P) ενώ με μικρά γράμματα οι αντίστοιχες πυρηνικές μάζες. Το σύμβολο B_n αντιστοιχεί στην ενέργεια σύμσδεσης των ηλεκτρονίων στο άτομο.

Για την περίπτωση της αποδιέγερσης β^- έχουμε:

$$Q(\beta^-) = m_P - m_D - m_e$$

Αν θεωρήσουμε ατομικές μάζες:

$$M_P = m_P + Z \cdot m_e - \sum B_n \Rightarrow m_P = M_P - Z \cdot m_e + \sum_1^Z B_n$$

$$\Rightarrow m_D = M_D - (Z+1) \cdot m_e + \sum_1^{Z+1} B_n$$

Άρα $Q(\beta^-) = M_P - Z \cdot m_e + \sum_1^Z B_n - M_D + (Z+1) \cdot m_e - \sum_1^{Z+1} B_n - m_e$

Αν αγνοήσουμε την διαφορά στις ενέργειες σύνδεσης των ηλεκτρονίων τότε η ενέργεια Q της αποδιέγερσης β^- μπορεί να γραφτεί συναρτήσει των ατομικών μαζών ως εξής:

$$Q(\beta^-) = (M_P - M_D) \cdot c^2$$

Για την περίπτωση της αποδιέγερσης β^+ έχουμε:

$$Q(\beta^+) = m_P - m_D - m_e$$

Αν θεωρήσουμε ατομικές μάζες:

$$M_P = m_P + Z \cdot m_e - \sum B_n \Rightarrow m_P = M_P - Z \cdot m_e + \sum_1^Z B_n$$

$$\Rightarrow m_D = M_D - (Z-1) \cdot m_e + \sum_1^{Z-1} B_n$$

Άρα $Q(\beta^+) = M_P - Z \cdot m_e + \sum_1^Z B_n - M_D + (Z-1) \cdot m_e - \sum_1^{Z-1} B_n - m_e$

Αν αγνοήσουμε την διαφορά στις ενέργειες σύνδεσης των ηλεκτρονίων τότε η ενέργεια Q της β^- αποδιέγερσης μπορεί να γραφτεί ως εξής συναρτήσει των ατομικών μαζών ως εξής:

$$Q(\beta^+) = (M_P - M_D - 2 \cdot m_e) \cdot c^2$$

Για την περίπτωση της σύλληψης ηλεκτρονίου (EC) έχουμε:

$$Q(EC) = m_p + m_e - m_D$$

Αν θεωρήσουμε ατομικές μάζες:

$$M_p = m_p + Z \cdot m_e - \sum B_n \Rightarrow m_p = M_p - Z \cdot m_e + \sum_1^Z B_n$$

Για τον θυγατρικό πυρήνα ένα εσωτερικό ηλεκτρόνιο έχει συλληφθεί με αποτέλεσμα η ενέργεια σύνδεσης των ηλεκτρονίων να είναι διαφορετική

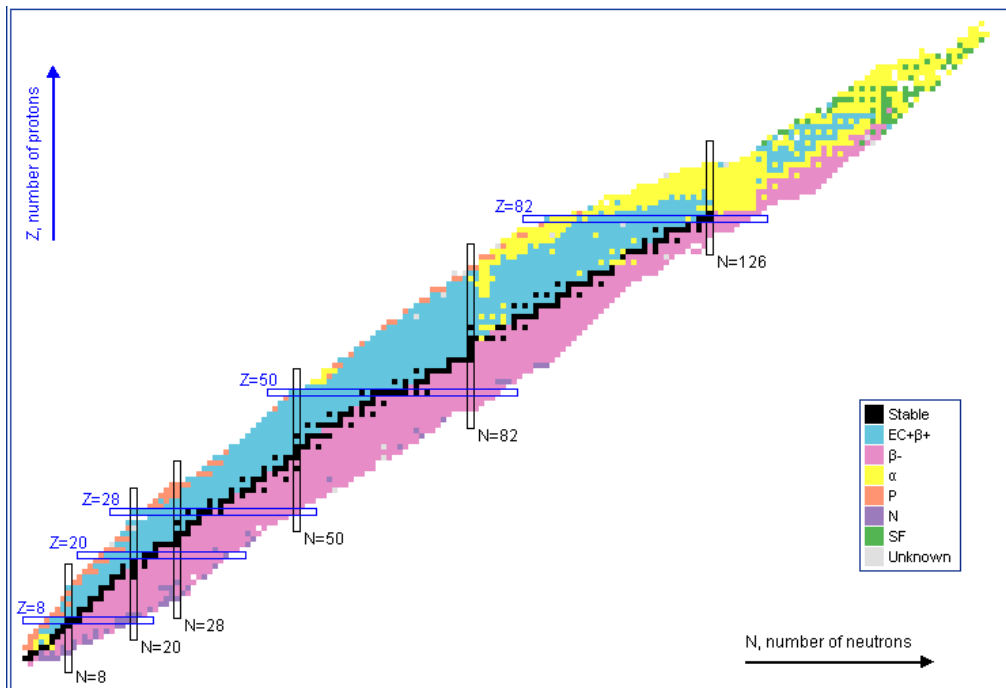
$$M_D = m_D + (Z-1) \cdot m_e - \sum_1^{Z-1} B_n \Rightarrow m_D = M_D - (Z-1) \cdot m_e + \sum_1^{Z-1} B_n$$

Στον υπολογισμό αυτόν θα πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι αμέσως μετά την σύλληψη ηλεκτρονίου το θυγατρικό άτομο βρίσκεται σε διεγερμένη κατάσταση. Πιο αναλυτικά, ένα εσωτερικό ηλεκτρόνιο (συνήθως K ή L) συλλαμβάνεται. Το "κενό" που δημιουργείται γρήγορα συμπληρώνεται από ηλεκτρόνια της εξωτερικής στοιβάδας με ταυτόχρονη εκπομπή ακτίνων X. Με άλλα λόγια, αμέσως μετά το γεγονός της σύλληψης ηλεκτρονίου το άτομο που δημιουργείται βρίσκεται σε μία ισχυρώς διεγερμένη κατάσταση. Αυτή την επιπλέον ατομική μάζα από την ενέργεια σύνδεσης του ηλεκτρονίου που στιγμιαία λείπει δεν μπορούμε να την αγνοήσουμε (όπως προηγουμένως) διότι προέρχεται από ένα **εσωτερικό ηλεκτρόνιο** με μεγάλη ενέργεια σύνδεσης (~10-100 keV)

$$Q(EC) = (M_p - M_D) \cdot c^2 - B_n, \text{ όπου } n = K, L, \dots$$

Η αποδιέγερση β^+ καθώς και η ηλεκτρονική σύλληψη έχουν το ίδιο αποτέλεσμα: Από έναν πυρήνα με Z πρωτόνια καταλήγουμε σε έναν πυρήνα με Z-1 πρωτόνια. Πολλές φορές όμως μπορεί να είναι ενεργειακά επιτρεπτή μόνο η ηλεκτρονική σύλληψη λόγω της διαφοράς στην τιμή Q η οποία είναι ίση με 2 μάζες ηλεκτρονίου. Να θυμίσουμε εδώ ότι **επιτρέπονται μόνο αποδιεγέρσεις με Q>0**.

Έχει ενδιαφέρον να δούμε την "γεωγραφική" τοποθέτηση αυτών των τριών μηχανισμών **στον πίνακα των νουκλιδίων** (Σχήμα 4). Συνήθως με μαύρο χρώμα παρουσιάζονται τα σταθερά ισότοπα. Στην απεικόνιση αυτή ο άξονας των x αντιστοιχεί στον αριθμό των νετρονίων και ο άξονας των ψ στον αριθμό των πρωτονίων. Όπως βλέπουμε, στην μεγαλύτερη περιοχή μαζών έχουμε αποδιέγερση β^+ (ή EC) (μπλε) και αποδιέγερση β^- (κόκκινο) ως κυρίαρχους μηχανισμούς αποδιέγερσης, προς σταθερότερα πυρηνικά συστήματα. Βλέπουμε δηλαδή, πυρήνες πλούσιοι σε νετρόνια αποδιηγείρονται μέσω της αποδιέγερσης β^- ενώ αντίθετα πυρήνες πλούσιοι σε πρωτόνια αποδιηγείρονται μέσω αποδιέγερσης β^+ και ηλεκτρονικής σύλληψης. Σε μεγάλες πυρηνικές μάζες (δεξιά πάνω στον πίνακα των νουκλιδίων) όπου η αλληλεπίδραση Coulomb γίνεται ισχυρή, έχουμε την αποδιέγερση α (κίτρινο) ως κύριο μηχανισμό σταθεροποίησης των πυρηνικών καταστάσεων.



Σχήμα 4: Πίνακας των νουκλιδίων με χρωματική αναπαράσταση χαρακτηριστική του τρόπου αποδιέγερσης.