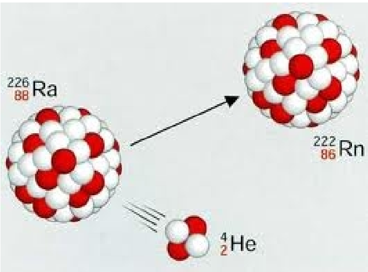
Διάλεξη 4: Ραδιενέργεια

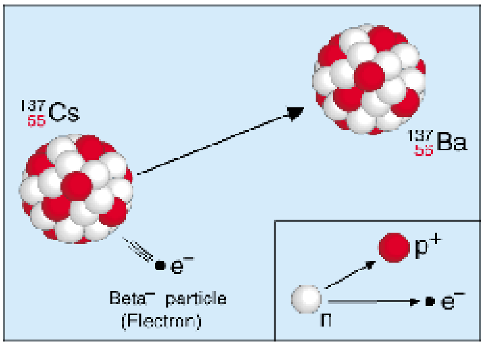
Βασικοί τρόποι αποδιέγερσης

Όπως γνωρίζουμε στην φύση υπάρχουν σταθερές πυρηνικές καταστάσεις αλλά και ασταθείς όπου αποδιεγείρονται σε σταθερότερα πυρηνικά συστήματα με την ταυτόχρονη απελευθέρωση ενέργειας. Οι **τρεις βασικοί μηχανισμοί αποδιέγερσης** είναι η **αποδιέγερση α, η αποδιέγερση β και η αποδιέγερση γ**. Δεν είναι φυσικά και οι μόνοι μηχανισμοί αποδιέγερσης αλλά είναι όμως και οι βασικότεροι.



Σχήμα 1: Αποδιέγερση α.

Κατά την **αποδιέγερση α** ο αρχικός πυρήνας **εκπέμπει ένα σωμάτιο α** – δηλαδή έναν πυρήνα ^{4}He – και μεταπίπτει στον θυγατρικό πυρήνα ο οποίος είναι κατά 4 μονάδες μάζας ελαφρύτερος έχοντας 2 πρωτόνια και δύο νετρόνια λιγότερο από τον πατρικό πυρήνα.



Σχήμα 2: Αποδιέγερση β⁻.

Κατά την **αποδιέγερση β⁺ ένα πρωτόνιο ενός πυρήνα μεταπίπτει σε ένα νετρόνιο** με μία από τις δύο διαδικασίες:

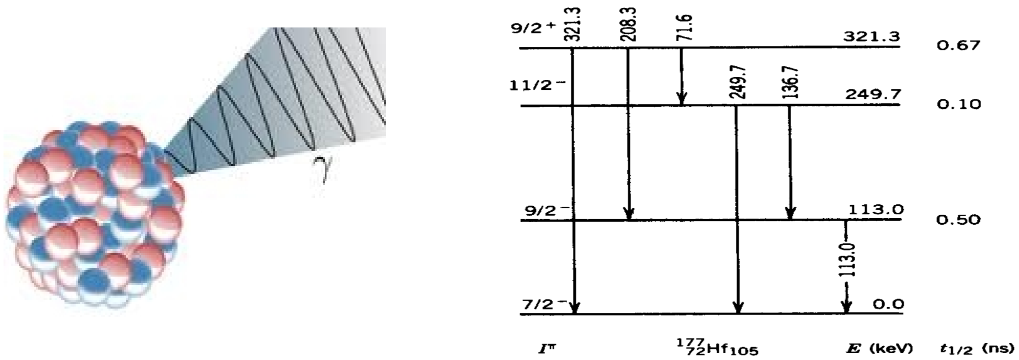
$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$
$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e$$

Η διαδικασία αυτή **είναι επιτρεπτή μόνο μέσα στον πυρήνα.** Η δεύτερη από τις πιο πάνω διαδικασίες ονομάζεται **ηλεκτρονική σύλληψη** όπου ο πυρήνας **συλλαμβάνει ένα ατομικό ηλεκτρόνιο -εσωτερικής στοιβάδας- με ταυτόχρονη μετατροπή ενός πρωτονίου σε νετρόνιο**.

Η αντίστροφη διαδικασία είναι:

$$n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}_e$$

όπου εδώ έχουμε την **μετατροπή ενός νετρονίου σε πρωτόνιο**. Αυτή η διαδικασία είναι **ενεργειακά επιτρεπτή και στην περίπτωση ελεύθερου νετρονίου**.
Να σημειωθεί ότι σε όλες τις περιπτώσεις αποδιέγερσης β ο μαζικός αριθμός των πυρήνων δεν αλλάζει ενώ εκτός του εκπεμπόμενου ηλεκτρονίου ή ποζιτρονίου παράγεται και ένα αντινετρίνο ή ένα νετρίνο αντίστοιχα. Και οι δύο αυτές μορφές πυρηνικής αποδιέγερσης θα συζητηθούν εκτενέστερα. Το μόνο πού θα πρέπει προς το παρόν να αναφερθεί ότι **η αποδιέγερση α συμβαίνει μέσω της ισχυρής αλληλεπίδρασης και η β μέσω της ασθενούς**.

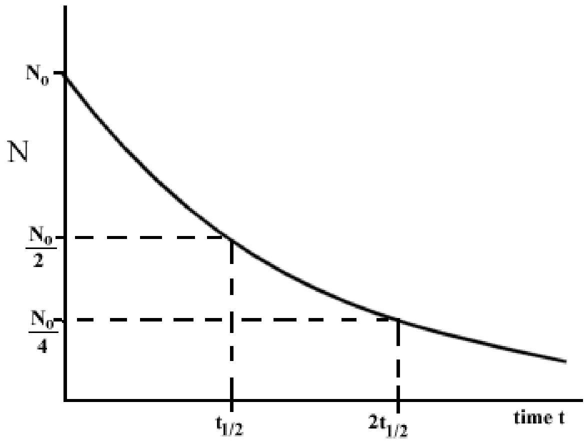


Σχήμα 3: Αποδιέγερση γ. Δεξιά παρουσιάζεται ο τυπικός τρόπος γραφικής αναπαράστασης αποδιέγερσης γ από διάφορες διεγερμένες καταστάσεις ενός πυρήνα.

Η τρίτη βασική κατηγορία πυρηνικής αποδιέγερσης είναι η **αποδιέγερση γ**. Πρόκειται στην πραγματικότητα για μια **ηλεκτρομαγνητική διαδικασία** όπου ο διεγερμένος πυρήνας αποδιεγείρεται μέσω της εκπομπής ενός η περισσοτέρων φωτονίων. Με τον όρο επομένως ακτινοβολία γ εννοούμε απλώς φωτόνια εξαιρετικά υψηλής ενέργειας -της τάξης των MeV- δηλαδή 6 τάξεις μεγέθους μεγαλύτερης ενέργειας από φωτόνια που σχετίζονται με ατομικά φαινόμενα (~eV). Η αποδιέγερση γ είναι ο κυρίαρχος μηχανισμός αποδιέγερσης πυρήνων σε διεγερμένες καταστάσεις. Ένας πυρήνας μπορεί να βρεθεί σε κάποια από τις διεγερμένες καταστάσεις του μέσα από διαφορετικούς δρόμους. Για παράδειγμα μπορεί να τροφοδοτηθεί μια διεγερμένη κατάσταση ενός πυρήνα είτε μέσω μιας πυρηνικής αντίδρασης, είτε από την αποδιέγερση ενός ασταθούς (πατρικού) πυρήνα. Η ενέργεια των φωτονίων είναι ίση με την διαφορά ενέργειας μεταξύ της αρχικής και τελικής ενεργειακής στάθμης. Το είδος της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας εξαρτάται από το σπιν της αρχικής και τελικής κατάστασης αλλά και από την ενεργειακή τους διαφορά. Το φάσμα αποδιέγερσης του κάθε πυρήνα είναι μοναδικό και προφανώς υπάρχει πληθώρα εφαρμογών όπου η μοναδικότητα αυτή, δηλαδή το "δακτυλικό αποτύπωμα" του κάθε πυρήνα, χρησιμοποιείται ως μέσο ταυτοποίησης και στοιχειομετρίας.

Νόμος αποδιέγερσης

Ο ρυθμός αποδιέγερσης ενός πυρήνα ακολουθεί αντίστοιχα τον νόμο της αποδιέγερσης, σύμφωνα με τον οποίο: "**Η πιθανότητα αποδιέγερσης ενός πυρήνα είναι σταθερή και ανεξάρτητη από την ηλικία του πυρήνα**."



Σχήμα 4: Το πλήθος των πυρήνων ενός ασταθούς νουκλιδίου συναρτήσει του χρόνου.

Η πιθανότητα αποδιέγερσης είναι ίση με τον ρυθμό αποδιεγέρσεων διά του ολικού αριθμού των πυρήνων N και σύμφωνα με τον παραπάνω νόμο πρέπει να είναι σταθερή (=λ):

$$\lambda=\frac{-dN/dt}{N}$$

Ο αριθμητής στο παραπάνω κλάσμα προφανώς και είναι αρνητικός διότι διαφορετικά θα δημιουργούταν πυρήνες. Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να γραφτεί:

$$\frac{-dN}{N}=\lambda\, dt \Rightarrow \int \frac{dN}{N}=-\int \lambda\, dt \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \ln(N)=C-\lambda t$$

Αν την χρονική στιγμή t=0 είχαμε N_0 πυρήνες τότε

$$C=\ln(N_0)$$

επομένως η προηγούμενη εξίσωση γίνεται

$$\ln(N)-\ln(N_0)=-\lambda t \Rightarrow \frac{N}{N_0}=e^{-\lambda t}$$
$$\Rightarrow N=N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Αυτή είναι η γνωστή εξίσωση που διέπει τον νόμο της αποδιέγερσης.
Ως προς την περιγραφή ενός ασταθούς πυρήνα συχνά αναφερόμαστε στον **χρόνο ημιζωής**. Είναι εκείνο το **χρονικό διάστημα που μεσολαβεί ώστε το αρχικό πλήθος πυρήνων N_0 νά έχει μειωθεί στο μισό**:

$$N_0/2=N_0\cdot e^{-\lambda t_{1/2}}\Rightarrow \frac{1}{2}=e^{-\lambda t_{1/2}}\Rightarrow \ln(1)-\ln(2)=-\lambda\cdot t_{1/2}$$
$$\Rightarrow t_{1/2}=\frac{\ln(2)}{\lambda}$$

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να τονιστεί ότι νόμος της αποδιέγερσης έχει στατιστικό χαρακτήρα. Αυτό σημαίνει ότι για μεγάλο πλήθος πυρήνων μετά την παρέλευση χρονικού διαστήματος $t_{1/2}$ θα έχουν “επιζήσει” οι μισοί πυρήνες εντός βέβαια της στατιστικής αβεβαιότητας του πλήθους πυρήνων που θεωρήσαμε. Με άλλα λόγια αν έχουμε μόνο 2 πυρήνες με χρόνο ημιζωής $t_{1/2}$ δεν σημαίνει ότι μετά από αυτό το χρονικό διάστημα θα υπάρχει μόνο ένας από αυτούς. Απλώς είναι πιθανότερο να έχει μείνει ένας από αυτούς αλλά δεν αποκλείεται καθόλου να είναι και οι 2 εκεί ή να έχουν και οι δύο αποδιεγερθεί.
Δεδομένου ότι η πιθανότητα αποδιέγερσης ενός ραδιενεργού πυρήνα είναι σταθερή και ανεξάρτητη από την ηλικία του πυρήνα μπορούμε να ορίσουμε μία νέα ποσότητα που αποδίδει την ολική ραδιενέργεια ενός δείγματος. Η νέα αυτή ποσότητα λέγεται ενεργότητα και είναι ίση με το γινόμενο της σταθεράς αποδιέγερσης (λ) επί του ολικού αριθμού των ραδιενεργών πυρήνων του δείγματος (N), δηλαδή: **Ενεργότητα = λ · N**. Οι μονάδα μέτρησης της ενεργότητας ενός δείγματος στο **SI** είναι το **Becquerel (Bq=1/s)**. Μια άλλη μονάδα που συναντάμε πολύ συχνά στον χαρακτηρισμό της ενεργότητας ενός ραδιενεργού δείγματος είναι το **Curie (CI= $3.7\cdot 10^{10}$Bq)**.

Παραδείγματα

1)Να υπολογιστεί **ο μέσος χρόνος ζωής** συναρτήσει της σταθεράς αποδιέγερσης λ.

Λύση:

$$\tau=\frac{\int_0^\infty t\,|dN/dt|\,dt}{\int_0^\infty |dN/dt|\,dt}=\frac{\int_0^\infty t\,(\lambda N)\,dt}{\int_0^\infty \lambda N\,dt}$$

$$\Rightarrow \tau=\frac{\int_0^\infty t\left(N_0 e^{-\lambda t}\right)dt}{\int_0^\infty N_0 e^{-\lambda t}\,dt}=\frac{\int_0^\infty t\left(e^{-\lambda t}\right)dt}{\int_0^\infty e^{-\lambda t}\,dt}=\frac{\int_0^\infty t\left(e^{-\lambda t}/(-\lambda)\right)'\,dt}{\int_0^\infty e^{-\lambda t}\,dt}$$

$$\tau=\frac{\left[t\,\frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^\infty+\int_0^\infty e^{-\lambda t}\,dt/\lambda}{\int_0^\infty e^{-\lambda t}\,dt}\Rightarrow$$

$$\tau=\frac{1}{\lambda}$$

2) Υπολογίστε σε γραμμάρια την ποσότητα 10 μCi ^{131}I.

Δεδομένα: $t_{1/2}$=8.04 d

$$R=\lambda N \Rightarrow N=R/\lambda$$

$$R=10\cdot 10^{-6}\cdot 3.7\cdot 10^{10}\,\textit{διασπάσεις}/s=3.7\cdot 10^{5}\,\textit{διασπάσεις}/s$$

$$\lambda=\frac{\ln(2)}{t_{1/2}}=\frac{\ln(2)}{8.04\cdot 24\cdot 3600}=9.98\cdot 10^{-7}(1/s)$$

$$N=\frac{3.7\cdot 10^{5}}{9.98\cdot 10^{-7}}=3.7\cdot 10^{11}\,\textit{πυρήνες}\;{}^{131}I=\frac{(131\,gr)\cdot 3.7\cdot 10^{11}}{6.022\cdot 10^{23}}=8.05\cdot 10^{-11}\,gr\;{}^{131}I$$

3)Ένα δείγμα οστού περιέχει 25 gr άνθρακα και έχει ενεργότητα διασπάσεων ^{14}C 250 διάσπασεων/min. Ποια είναι η ηλικία του.

Δεδομένα: ποσοστό ^{14}C ζωντανούς οργανισμούς 1.3 x 10^{-12}
χρόνος ημιζωής $T_{1/2}(^{14}C)$=5730 y

Λύση:

$$N_0=\frac{1.3\cdot 10^{-12}\cdot 25}{12}N_A=1.63\cdot 10^{12}$$

$$1\text{y}=365.25\cdot 24\cdot 3600=3.156\cdot 10^{7}\,s$$

$$\lambda=\frac{ln2}{(5730\cdot 3.156\cdot 10^{7})}=3.83\cdot 10^{-12}(1/s)$$

$$R_0=\lambda\cdot N_0=3.83\cdot 10^{-12}\cdot 1.63\cdot 10^{12}=6.24\,\textit{διασπάσεις}/s=374\,\textit{διασπάσεις}/min$$

$$N(t)=N_0\cdot e^{-\lambda t}\Rightarrow \lambda N(t)=\lambda\cdot N_0\cdot e^{-\lambda t}\Rightarrow R=R_0\cdot e^{-\lambda t}$$

$$\ln\left(\frac{R}{R_0}\right)=-\lambda\cdot t\Rightarrow t=\frac{-\ln\left(\frac{R}{R_0}\right)}{\lambda}\Rightarrow$$

$$t=\frac{-\ln(250/374)}{3.83\cdot 10^{-12}}s\Rightarrow t=1.05\cdot 10^{11}\,s=\frac{1.05\cdot 10^{11}\,s}{3.156\cdot 10^{7}\,s/y}$$

$$\Rightarrow t=3332\,y$$