Ασκήσεις στην Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων

1) Ποιες από τις πιο κάτω αντιδράσεις επιτρέπονται και ποιες όχι βάσει των αρχών διατήρησης που ισχύουν για τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις

$$\nu_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n \qquad K^+ \rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu$$
$$\nu_e + p \rightarrow e^- + n + \pi^+ \qquad \nu_e + p \rightarrow e^- + p + \pi^+$$
$$\Lambda \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \pi^+ \qquad \tau^+ \rightarrow \mu^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$$

Λύση:

$$\nu_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$$

Lμ =1 | Lμ=-1 Δεν γίνεται: Ο λεπτονικός αριθμός δεν διατηρείται
B=1 | B=1

$$\nu_e + p \rightarrow e^- + n + \pi^+$$

Le=1 | Le=1
B=1 |B=1
Q=1 |Q=0 Δεν γίνεται: Το φορτίο δεν διατηρείται

$$\Lambda \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \pi^+$$

B=1 |B=0 Δεν γίνεται. Ο βαρυονικός αριθμός δεν διατηρείται.

$$K^+ \rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu$$

B=0 |B=0
Lμ=0 |Lμ=0
S=1 |S=0 Η παραδοξότητα δεν διατηρείται αλλά αυτό είναι συμβατό με την ασθενή αλληλεπίδραση.

$$\nu_e + p \rightarrow e^- + p + \pi^+$$

B=1 |B=1
Le=1 |Le=1
Q=1 |Q=1 Γίνεται

$$\tau^+ \rightarrow \mu^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$$

Lτ=-1 |Lτ=1
Lμ=0 |Lμ=-2 Δεν γίνεται: Παραβιάζονται και οι δύο αριθμοί.

2) Από τις πιο κάτω αντιδράσεις προσδιορίστε ποιες μπορούν να συμβούν και ποιες όχι.

$$p+n \rightarrow p+p+n+\bar{p}$$
$$p+n \rightarrow p+p+\bar{p}$$
$$\pi^0+n \rightarrow K^+ + \Sigma^-$$
$$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$
$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \nu_e$$

Λύση

$$p+n \rightarrow p+p+n+\bar{p}$$

B=2 |B=2
Q=1 |Q=1 Γίνεται αν το πρωτόνιο έχει αρκετή ενέργεια.

$$p+n \rightarrow p+p+\bar{p}$$

B=2 |B=1 Δεν γίνεται. Παραβιάζεται ο βαρυονικός αριθμός

$$\pi^0+n \rightarrow K^+ + \Sigma^-$$

B=1 |B(Σ)=1
S=0 |S=+1-1=0 Γίνεται.

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

Lμ=1 |Lμ=1
Le=0 |Le=0 Γίνεται

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \nu_e$$

Lμ=0 |Lμ=-1+1=0
Le=0 |Le=1 Δεν γίνεται. Ο λεπτονικός αριθμός Le δεν διατηρείται

3) Θεωρείστε την αντίδραση

$$K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^+ + K^0$$

Η οποία συνοδεύεται από τις πιο κάτω αποδιεγέρσεις:

$$\Omega^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-$$
$$\Xi^0 \rightarrow \pi^0 + \Lambda$$
$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$
$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$$
$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$
$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \pi^-$$

Να προσδιοριστεί το είδος της αλληλεπίδρασης για κάθε αντίδραση

Δίνεται η σύσταση σε κουάρκ:

$K^- : s\bar{u}$
$\Omega^- : sss$
$K^+ : u\bar{s}$
$K^0 : d\bar{s}$
$\Xi^0 : uss$
$\pi^- : d\bar{u}$
$\Lambda : uds$
$\pi^0 : u\bar{u}$
$\pi^+ : u\bar{d}$

Λύση

Αντίδραση : $K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^+ + K^0$
S = -1 | S= -3+1+1=-1 ok
B=1 | B=1 ok
Q=0 | Q=0 ok
Άρα ισχυρή αλληλεπίδραση

$\Omega^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-$
S =-3 | S =-2 Παραβιάζεται η παραδοξότητα άρα ασθενής αλληλεπίδραση

$\Xi^0 \rightarrow \pi^0 + \Lambda$
S=-2 | S=-1 Παραβιάζεται η παραδοξότητα άρα ασθενής αλληλεπίδραση

$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$

Παράγονται/συμμετέχουν φωτόνια – άρα η/μ αλληλεπιδραση

$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$
S=1 | S=0 Παραβιάζεται η παραδοξότητα άρα ασθενής αλληλεπίδραση

$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$
Ασθενής αλληλεπίδραση διότι συμμετέχουν/παράγονται νετρίνα

$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$
S=1 | S=0 Παραβιάζεται η παραδοξότητα άρα ασθενής αλληλεπίδραση

4) Θεωρώντας ότι χαρακτηριστικός χρόνος αλληλεπίδρασης για τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις είναι 10^{-23} s να υπολογίσετε την απόσταση μέσα στον πυρήνα την οποία διανύει ένα πρωτόνιο πριν αλληλεπιδράσει όταν αυτό κινείται με ταχύτητα σχεδόν ίση με την ταχύτητα του φωτός.
Λύση

$L=c*\Delta T=3ε8*10^{-23}=10^{-15}$ m =1 fm

5) Μιόνια υψηλής ενέργειας συγκρούονται με ηλεκτρόνια και παράγονται δύο νετρίνα. Τι είδους νετρίνα παράγονται κατά την αντίδραση:

$$\mu^{+}+e \rightarrow 2\nu$$

Λύση

Παράγονται ένα $\bar{\nu}_{\mu}$ και ένα ν_{e} ώστε Le=1 και Lμ=-1 και στα δύο μέλη

6) Η πιο κάτω αποδιέγερση συμβαίνει με χρόνο ημιζωής 10^{-23} s

$$\rho^{0} \rightarrow \pi^{+}+\pi^{-}$$

Ενώ η αποδιέγερση του μεσονίου K^0 συμβαίνει με πολύ μεγαλύτερο χρόνο ημιζωής 10^{-10}s.

$$K^{0} \rightarrow \pi^{+}+\pi^{-}$$

Εξηγήστε:

Λύση
Ο λόγος είναι ότι η πιο πάνω αποδιέγερση διατηρεί όλους τους κβαντικούς αριθμούς και συμβαίνει μέσω της ισχυρής αλληλεπίδρασης ενώ στην δεύτερη περίπτωση η παραδοξότητα δεν διατηρείται $S(K^0)=1$ ενώ S(μετά) =0. Αυτό σημαίνει ότι η αλληλεπίδραση για την δεύτερη αντίδραση είναι η ασθενής οπότε και ο αντίστοιχος χρόνος είναι κατά πολύ μεγαλύτερος,

7) Θεωρήστε ότι σωματίδια μάζας m_B με ενέργεια E_B προσπίπτουν σε ακίνητα σωματίδια μάζας m_T. Προκειμένου να παραχθούν σωματίδια συνολικής μάζας M να δειχθεί ότι η ελάχιστη ενέργεια των σωματιδίων της δέσμης πρέπει να είναι:

$$E_{min} = \frac{M^2 c^2 - m_B{}^2 c^2 - m_T{}^2 c^2}{2\mathrm{m}_T}$$

Λύση

Υπενθύμιση της σχετικιστικής έκφρασης για την ολική ενέργεια σωματίου με μάζα m και ορμή p:

$$E^2 = p^2 c^2 + (mc^2)^2$$

Η πιο κάτω ποσότητα s είναι ένα από τα αναλλοίωτα μεγέθη μεταξύ διαφορετικών συστημάτων αναφοράς.

$$s = \left(\sum E\right)^2 - \left(\sum pc\right)^2$$

Η πιο πάνω ποσότητα s για το σύστημα του εργαστηρίου πριν την κρούση και για το σύστημα κέντρου μάζας – όπου η ολική ορμή είναι μηδέν- μετά την κρούση μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$s_{lab} = (E_B + m_T c^2)^2 - (p_B c)^2$$

$$s_{cm} = (M c^2)^2$$

Εξισώνοντας τις παραπάνω ποσότητες έχουμε:

$$(E_B + m_T c^2)^2 - (p_B c)^2 = (M c^2)^2 \Rightarrow$$

$$E_B{}^2 + (m_T c^2)^2 + 2 \cdot E_B \cdot m_T \cdot c^2 - (p_B c)^2 = (M c^2)^2$$

Από την παραπάνω σχέση και κάνοντας χρήση της πρώτης εξίσωσης έχουμε:

$$(p_B c)^2 + (m_B c^2)^2 + (m_T c^2)^2 + 2\cdot E_B \cdot m_T - (p_B c)^2 = (M c^2)^2 \Rightarrow$$

$$2\cdot E_B \cdot m_T = (M c^2)^2 - (m_B c^2)^2 - (m_T c^2)^2 \Rightarrow$$

$$E_B = \frac{(M c^2)^2 - (m_B c^2)^2 - (m_T c^2)^2}{2\cdot m_T \cdot c^2} \Rightarrow$$

$$E_B = \frac{(M^2 c^2) - (m_B^2 c^2) - (m_T^2 c^2)}{2\cdot m_T}$$

8) Ένα σωμάτιο K^+ με ενέργεια 150 MeV αποδιεγείρεται σε δύο π^+ και ένα π^-. Από το μήκος της διαδρομής των προϊόντων της αποδιέγερσης εντός του φωτογραφικού υλικού προκύπτει ότι οι κινητικές ενέργειες για τα τρία σωματίδια που παράγονται έχουν ως εξής: $K(\pi^+)$= 68.6 MeV, $K(\pi^+)$= 80.8 MeV, $K(\pi^-)$=75.5 MeV. Να βρεθεί η τιμή Q της αποδιέγερσης καθώς επίσης και η μάζα του καονίου (K^+)
[Θεωρήστε γνωστές τις μάζες των πιονίων $m(\pi^+)= m(\pi^-)$= 139.6 MeV/c^2]

$$Q = K_1 + K_2 + K_3 - K_K = 68.6 + 80.8 + 75.5 - 150 = 74.9\, MeV$$

$$K_K + M_K c^2 = 3\cdot m_\pi c^2 + K_1 + K_2 + K_3 \Rightarrow M_K c^2 = 3\cdot m_\pi c^2 + K_1 + K_2 + K_3 - K_K$$
$$M_K c^2 = 3\cdot m_\pi c^2 + Q = 493.7\, MeV$$

9) Θεωρήστε την ισχυρή αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων μέσω ανταλλαγής ενός μεσονίου. Με βάση την γνωστή μάζα του μεσονίου που δίνεται στο προηγούμενο πρόβλημα προσδιορίστε την χρονική κλίμακα των ισχυρών αλληλεπιδράσεων.

$$\Delta E\, \Delta t \geqslant \hbar/2 \Rightarrow \Delta t \approx \frac{\hbar}{2 m_\pi c^2} \Rightarrow \Delta t \approx \frac{\hbar c}{2 c\, m_\pi c^2} = \frac{197.3\, MeV\ fm}{2\cdot 3\, 10^8 (m/s)\, 139.6\, MeV} \approx 2\cdot 10^{-24} s$$

10) Το σωματίδιο Σ^0 βρίσκεται σε ηρεμία και αποδιεγείρεται σε ένα σωματίδιο Λ^0 και σε ένα φωτόνιο. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας και ορμής να προσδιορίσετε την ενέργεια του φωτονίου που εκπέμπεται.

$$\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$$

Υπενθύμιση της σχετικιστικής έκφρασης για την ολική ενέργεια σωματίου μάζα m ορμή p:

$$E^2 = p^2 c^2 + (mc^2)^2$$

Από αρχή διατήρησής της ορμής έχουμε:

$$p_\gamma = p_\Lambda = \frac{E_\gamma}{c}$$

Από αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε

$$E_\Sigma = E_\Lambda + E_\gamma$$
$$E_\Sigma = m_\Sigma c^2$$
$$E_\gamma = p_\gamma c$$
$$E_\Lambda^2 = (m_\Lambda c^2)^2 + p_\Lambda^2 c^2 = (m_\Lambda c^2)^2 + p_\gamma^2 c^2 = (m_\Lambda c^2)^2 + E_\gamma^2$$

όμως

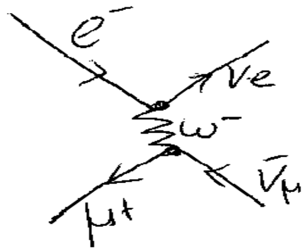
$$E_\Sigma = E_\Lambda + E_\gamma \Rightarrow E_\Lambda = E_\Sigma - E_\gamma \Rightarrow E_\Lambda^2 = E_\Sigma^2 + E_\gamma^2 - 2 \cdot E_\Sigma \cdot E_\gamma$$

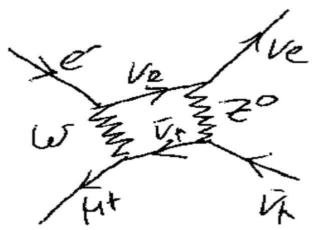
Από τις προηγούμενες σχέσεις έχουμε:

$$E_\Lambda^2 = (m_\Lambda c^2)^2 + E_\gamma^2 = (m_\Sigma c^2)^2 + E_\gamma^2 - 2(m_\Sigma c^2) E_\gamma$$
$$E_\gamma = \frac{(m_\Sigma c^2)^2 - (m_\Lambda c^2)^2}{2(m_\Sigma c^2)}$$
$$E_\gamma = \frac{(1192\,MeV)^2 - (1116\,MeV)^2}{2(1192\,MeV)} = 73.6\,MeV$$

11) Σχεδιάστε ένα διάγραμμα Feynmann 2ης τάξης και ένα 4ης τάξης για την πιο κάτω αντίδραση:

$$\mu^+ + e^- \rightarrow \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$





13) Ποιες από τι πιο κάτω αντιδράσεις γίνονται και ποιες όχι.

α)

$p+\bar{p}\rightarrow\pi^{+}+\pi^{-}$

B =1 - 1 = 0 | 0
Q=1-1= 0 | 1-1=0
Γίνεται, ισχυρή αλληλεπίδραση

β)

$p\rightarrow e^{+}+\gamma$

Δεν διατηρείται ο βαρυονικός αριθμός ούτε ο λεπτονικός αριθμός. Δεν γίνεται.

γ)

$\Sigma^{0}\rightarrow\Lambda+\gamma$ Περιεκτικότητα σε κουάρκ: $\Sigma^{0}:uds$
$\Lambda:uds$

S = 1 | S=1
B=1 | B=1

Γίνεται, η/μ αλληλεπίδραση

δ) $p+p\rightarrow\Sigma^{+}+\pi^{+}+K^{0}+n$

Σύσταση σωματιδίων σε κουάρκ:

$\Sigma^{+}:uus$
$\pi^{+}:u\bar{d}$
$K^{0}:d\bar{s}$

$p+p\rightarrow\Sigma^{+}+\pi^{+}+K^{0}+n$

S=0 | S= -1+1=0
B=2 | B=2
Q=2 |Q=2
Γίνεται, ισχυρή αλληλεπίδραση

ε)

$\Xi^{-}\rightarrow\Lambda+\pi^{-}$

S=-2 | S=-1
B=1 | B=1

Γίνεται, ασθενής αλληλεπίδραση διότι η παραδοξότητα δεν διατηρείται
Σύσταση σωματιδίων σε κουάρκ:

$$\Xi^- : dss$$
$$\Lambda : uds$$
$$\pi^- : d\bar{u}$$

στ)

$$\Delta^+ \rightarrow p + \pi^0$$

Q=1 | Q=1
B=1 | B=1

Γινεται, ισχυρή αλληλεπίδραση

Σύσταση σωματιδίων σε κουάρκ:

$$\Delta^+ : uud$$
$$p : uud$$
$$\pi^0 : (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$$

Baryons (spin 1/2)

Baryon	Quark Content	Charge	Mass	Lifetime	Principal Decays
N p	uud	1	938.272	∞	
N n	udd	0	939.565	885.7	$pe\overline{\nu}_e$
Λ	uds	0	1115.68	2.63×10^{-10}	$p\pi^-$, $n\pi^0$
Σ^+	uus	1	1189.37	8.02×10^{-11}	$p\pi^0$, $n\pi^+$
Σ^0	uds	0	1192.64	7.4×10^{-20}	$\Lambda\gamma$
Σ^-	dds	-1	1197.45	1.48×10^{-10}	$n\pi^-$
Ξ^0	uss	0	1314.8	2.90×10^{-10}	$\Lambda\pi^0$
Ξ^-	dss	-1	1321.3	1.64×10^{-10}	$\Lambda\pi^-$
Λ_c^+	udc	1	2286.5	2.00×10^{-13}	$pK\pi$, $\Lambda\pi\pi$, $\Sigma\pi\pi$

Baryons (spin 3/2)

Baryon	Quark Content	Charge	Mass	Lifetime	Principal Decays
Δ	uuu, uud, udd, ddd	2,1,0,-1	1232	5.6×10^{-24}	$N\pi$
Σ^*	uus, uds, dds	1,0,-1	1385	1.8×10^{-23}	$\Lambda\pi$, $\Sigma\pi$
Ξ^*	uss, dss	0,-1	1533	6.9×10^{-23}	$\Xi\pi$
Ω^-	sss	-1	1672	8.2×10^{-11}	ΛK^-, $\Xi\pi$

Pseudoscalar Mesons (spin 0)

Meson	Quark Content	Charge	Mass	Lifetime	Principal Decays
$\pi^\pm$	$u\overline{d}$, $d\overline{u}$	1,-1	139.570	2.60×10^{-8}	$\mu\nu_\mu$
π^0	$(u\overline{u} - d\overline{d})/\sqrt{2}$	0	134.977	8.4×10^{-17}	$\gamma\gamma$
$K^\pm$	$u\overline{s}$, $s\overline{u}$	1,-1	493.68	1.24×10^{-8}	$\mu\nu_\mu$, $\pi\pi$, $\pi\pi\pi$
$K^0, \overline{K}^0$	$d\overline{s}$, $s\overline{d}$	0	497.65	K_S^0 : 8.95×10^{-11}	$\pi\pi$
				K_L^0 : 5.11×10^{-8}	$\pi e\nu_e$, $\pi\mu\nu_\mu$, $\pi\pi\pi$
η	$(u\overline{u} + d\overline{d} - 2s\overline{s})/\sqrt{6}$	0	547.51	5.1×10^{-19}	$\gamma\gamma$, $\pi\pi\pi$
η'	$(u\overline{u} + d\overline{d} + s\overline{s})/\sqrt{3}$	0	957.78	3.2×10^{-21}	$\eta\pi\pi$, $\rho\gamma$
$D^\pm$	$c\overline{d}$, $d\overline{c}$	1,-1	1869.3	1.04×10^{-12}	$K\pi\pi$, $K\mu\nu_\mu$, $Ke\nu_e$
$D^0, \overline{D}^0$	$c\overline{u}$, $u\overline{c}$	0	1864.5	4.1×10^{-13}	$K\pi\pi$, $Ke\nu_e$, $K\mu\nu_\mu$
$D_s^\pm$	$c\overline{s}$, $s\overline{c}$	1,-1	1968.2	5.0×10^{-13}	$\eta\rho$, $\phi\pi\pi$, $\phi\rho$
$B^\pm$	$u\overline{b}$, $b\overline{u}$	1,-1	5279.0	1.6×10^{-12}	$D^*\ell\nu_\ell$, $D\ell\nu_\ell$, $D^*\pi\pi\pi$
$B^0, \overline{B}^0$	$d\overline{b}$, $b\overline{d}$	0	5279.4	1.5×10^{-12}	$D^*\ell\nu_\ell$, $D\ell\nu_\ell$, $D^*\pi\pi$

Vector Mesons (spin 1)

Meson	Quark Content	Charge	Mass	Lifetime	Principal Decays
ρ	$u\overline{d}$, $(u\overline{u} - d\overline{d})/\sqrt{2}$, $d\overline{u}$	1,0,-1	775.5	4×10^{-24}	$\pi\pi$
K^*	$u\overline{s}$, $d\overline{s}$, $s\overline{d}$, $s\overline{u}$	1,0,-1	894	1×10^{-23}	$K\pi$
ω	$(u\overline{u} + d\overline{d})/\sqrt{2}$	0	782.6	8×10^{-23}	$\pi\pi\pi$, $\pi\gamma$
ψ	$c\overline{c}$	0	3097	7×10^{-21}	e^+e^-, $\mu^+\mu^-$, 5π, 7π
D^*	$c\overline{d}$, $c\overline{u}$, $u\overline{c}$, $d\overline{c}$	1,0,-1	2008	3×10^{-21}	$D\pi$, $D\gamma$
Υ	$b\overline{b}$	0	9460	1×10^{-20}	e^+e^-, $\mu^+\mu^-$, $\tau^+\tau^-$