Διάλεξη 1: Εισαγωγή, Ατομικός Πυρήνας

Εισαγωγή

Το μάθημα της σύγχρονης φυσικής και ειδικότερα το μέρος του μαθήματος που αφορά στην μελέτη της Πυρηνικής Φυσικής (ΠΦ) και της Φυσικής Υψηλών Ενεργειών (ΦΥΕ) είναι ίσως ένα από τα πιο ενδιαφέροντα μαθήματα.
Μέσα από αυτό το μάθημα θα προσπαθήσουμε με όσο τον δυνατό απλούστερο μαθηματικό φορμαλισμό να κατανοήσουμε ορισμένα από τα βασικότερα θέματα που θα πρέπει ένας φυσικός να γνωρίζει, ή τουλάχιστον να έχει μεγάλη περιέργεια να μάθει.

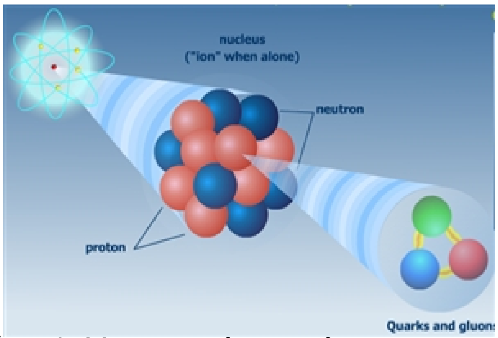
Στην πορεία αυτού του μαθήματος θα προσπαθήσουμε να κατανοήσουμε τις πρώτες στιγμές του σύμπαντος. Πως δηλαδή ξεκίνησαν όλα, τι υπήρχε εκείνες τι στιγμές ποια σωματίδια υπήρχαν, πως ενώθηκαν, τι νέα σωματίδια δημιουργήθηκαν και γιατί και πως τελικά ο κόσμος μας έφτασε σήμερα μετά από περίπου 14 δισ. χρόνια από τότε να έχει την μορφή που γνωρίζουμε σήμερα. Οι πρώτες αυτές στιγμές του σύμπαντος, και μάλιστα πριν ακόμα συμπληρωθεί το πρώτο μικρο-δευτερόλεπτο (μs) παρουσιάζουν εξαιρετικά μεγάλο ενδιαφέρον και ακόμα και σήμερα σημαντικά ερωτήματα είναι ανοιχτά και εξετάζονται σε κορυφαία εργαστήρια του κόσμου (CERN-LHC κτλ).

Επίσης μέσα από το ίδιο μάθημα θα καταλάβουμε τις βασικές αρχές της δημιουργίας των πυρήνων κατά τις πρώτες στιγμές του σύμπαντος αλλά ακόμη και σήμερα στο εσωτερικό των αστέρων. Πρόκειται να κατανοήσουμε την έννοια της πυρηνικής αντίδρασης, της δομής αλλά και των ιδιοτήτων των πυρηνικών συστημάτων. Θα καταλάβουμε, έστω και σε γενικές γραμμές, το πως και γιατί ο ήλιος παράγει ενέργεια αλλά και το πως παράγονται τα υπόλοιπα σταθερά (και μη) ισότοπα τα οποία βρίσκονται στο ηλιακό μας σύστημα.
Πέρα από τις κοσμολογικές αυτές αναζητήσεις που βρίσκουν έδαφος στον τομέα της ΠΦ και της ΦΥΕ υπάρχουν και άλλοι τομείς περισσότερο καθημερινοί που ίσως θα έχετε την περιέργεια να μάθετε τις βασικές αρχές λειτουργίας. Όπως για παράδειγμα: ένα εργοστάσιο εκμετάλλευσης της Πυρηνικής ενέργειας, ένας μαγνητικός τομογράφος ή ακόμα και ένας απλός ανιχνευτής καπνού.

Ατομικός Πυρήνας

Είναι ήδη γνωστό ότι ο κόσμος αποτελείται από μόρια τα οποία αποτελούνται από άτομα. Το κάθε άτομο με διαστάσεις της τάξης 10^{-10} m αποτελείται με τη σειρά του από τον ατομικό πυρήνα και τα ηλεκτρόνια τα οποία περιβάλλουν τον πυρήνα.
Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να δοθεί έμφαση στην τεράστια διαφορά μεγέθους μεταξύ ατόμων και του πυρήνα. Να σημειωθεί ότι ο κάθε πυρήνας έχει διάμετρο μερικών fm (10^{-15}m) και τα άτομα μερικών Angstrom (10^{-10}m). Αυτό σημαίνει ότι οι πιο πολλές απεικονίσεις των ατόμων που γνωρίζουμε (όπως στο πιο κάτω σχήμα) είναι κατά μια έννοια λάθος. Για παράδειγμα εάν ένα άτομο είχε μέγεθος ενός γηπέδου ποδοσφαίρου ο πυρήνας θα μπορούσε να είναι ένα μπαλάκι του τένις στο κέντρο του γηπέδου.

Ο ατομικός πυρήνας αποτελείται από πρωτόνια και νετρόνια τα οποία με την σειρά τους αποτελούνται από τρία quark. Τα πρωτόνια φέρουν θετικό φορτίο ίσο κατά απόλυτη τιμή με αυτό του ηλεκτρονίου ενώ τα νετρόνια είναι ηλεκτρικώς ουδέτερα.



Σχήμα 1: Μια τυπική απεικόνιση του μικρόκοσμου: Άτομο, πυρήνας, νουκλεόνια, κουάρκς.

Ο κάθε πυρήνας συμβολίζεται:

$${}^{A}_{Z}X_{N}\left(\pi.\chi.\ {}^{12}_{6}C_{6,}{}^{2}_{1}H_{1}\right)$$

A=μαζικός αριθμός
Z=ατομικός αριθμός (ή αριθμός πρωτονίων)
N=αριθμός νετρονίων

A=N+Z

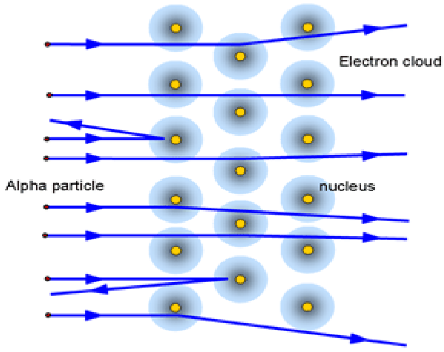
Το Z συνήθως δεν δίνεται διότι το ατομικό στοιχείο X χαρακτηρίζει με απόλυτο τρόπο τον αριθμό των πρωτονίων. Το ίδιο ισχύει και για το N όπου προκύπτει από την διαφορά μεταξύ του μαζικού αριθμού και του ατομικού αριθμού.

Στοιχεία με τον **ίδιο ατομικό αριθμό (Z)** και διαφορετικό αριθμό νετρονίων λέγονται **ισότοπα**. Διαφορετικά ισότοπα ($Z_1=Z_2$ αλλά $N_1\neq N_2$ και $A_1\neq A_2$) παρουσιάζουν μεγάλες διαφορές ως προς τις πυρηνικές τους ιδιότητες και για αυτό τον λόγο πρέπει πάντοτε ο συμβολισμός να περιέχει την πληροφορία αυτή. Πυρήνες με τον **ίδιο αριθμό νετρονίων** αλλά διαφορετικό αριθμό πρωτονίων χαρακτηρίζονται ως **ισότονοι**.

Οι ατομικές και πυρηνικές μάζες μετρούνται σε μονάδες :
u = ατομική μονάδα μάζας = 1/12 της ατομικής μονάδας μάζας του ^{12}C ή σε MeV/c^2.
Η μεταξύ τους σχέση είναι: $1u=931.49432\ MeV/c^2$

Θα πρέπει να τονιστεί ότι τα νουκλεόνια (πρωτόνια και νετρόνια) έχουν την ίδια περίπου μάζα (λίγο βαρύτερο είναι το νετρόνιο) ενώ τα ηλεκτρόνια είναι 1836 φορές ελαφρύτερα. Δηλαδή σχεδόν όλη η ατομική μάζα βρίσκεται στον πυρήνα του ατόμου.

Η πρώτη, για εκείνη την εποχή, ένδειξη των διαστάσεων του ατομικού πυρήνα προέκυψε από το πείραμα του Rutherford. Σε αυτό το πείραμα χρησιμοποιήθηκε ακτινοβολία α (πυρήνες Ηλίου) όπου κατευθύνονταν προς ένα λεπτό φύλλο χρυσού. Διαπιστώθηκε ότι έστω και ένα μικρό ποσοστό των πυρήνων α εκτρέπονταν προς τα πίσω σε γωνία 180°. Αυτό σημαίνει ότι η κινητική ενέργεια αυτών των σωματιδίων έχει μηδενιστεί και έχει πλήρως μετατραπεί σε ηλεκτρική δυναμική ενέργεια.



Σχήμα 2: Μια απλοποιημένη αναπαράσταση του πειράματος του Rutherford.

Δηλαδή ισχύει:

$$\frac{1}{2}mu^2 = k\frac{(2e)(Ze)}{d}$$

Από την παραπάνω σχέση μπορούμε να υπολογίσουμε το d. Την ελάχιστη δηλαδή απόσταση προσέγγισης των πυρήνων α.

$$d = k\frac{4\mathrm{Ze}^2}{mu^2}$$

Από την ελάχιστη αυτή απόσταση έγινε και η πρώτη εκτίμηση της διαστάσης του ατομικού πυρήνα **(~10^{-15}m=1fm)**.
Από τα πειράματα του Rutherford, αλλά και από άλλα πειράματα, βρέθηκε ότι οι ατομικοί πυρήνες έχουν **ακτίνα η οποία εξαρτάται από τον μαζικό τους αριθμό** σύμφωνα με την πιο κάτω σχέση:

$$r = r_o A^{1/3}$$

όπου

$$r_o = 1.2\,fm$$

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να τονιστεί η εξής πολύ σημαντική ιδιότητα των πυρήνων: Δεδομένου ότι ο όγκος μιας σφαίρας είναι ανάλογος του r^3 αυτό σημαίνει ότι ο όγκος των πυρήνων είναι ευθέως ανάλογος του μαζικού αριθμού Α. Το ίδιο όμως ισχύει και για την μάζα. Επομένως παρατηρούμε ότι **σε πρώτη προσέγγιση η πυκνότητα μάζας των πυρήνων είναι σταθερή**.

Μια σημαντική παράμετρος στην μελέτη της σκέδασης είναι **ο παράγοντας σκέδασης b** που όπως φαίνεται παρακάτω απλώς παριστάνει την απόσταση των κέντρων μεταξύ σωματιδίου βλήματος και σωματιδίου στόχου. Με άλλα λόγια, πρόκειται για μια παράμετρο που **μας λέει κατά πόσο μια σύγκρουση είναι μετωπική ή όχι**.
Έτσι, με στοιχειώδεις μαθηματικές πράξεις (βλ. σημειώσεις Καθ. Κ. Φουντά) εύκολα αποδεικνύεται ότι η γωνία σκέδασης (θ) ενός σωματιδίου από έναν στόχο λαμβάνοντας υπόψιν μόνο την αλληλεπίδραση Coulomb εξαρτάται από την παράμετρο κρούσης (b) σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση:

$\tan(\frac{\theta}{2})=\frac{p}{2b}$ όπου

$$p=\frac{Zze^2}{4\pi\varepsilon_0 KE}$$

είναι η απόσταση εγγύτερης προσέγγισης στην περίπτωση μίας κρούσης με b=0 και κινητική ενέργεια βλήματος ΚΕ (αρχή διατήρησης της ενέργειας).

Έτσι για σκέδαση για γωνίες μεγαλύτερες από Θ θα πρέπει:

$$b<\frac{p}{2\tan(\Theta/2)}$$

Το πλέον βασικό μέγεθος περιγραφής πειραμάτων σκέδασης (και όχι μόνο όπως θα δούμε παρακάτω) είναι αυτό της **ενεργού διατομής (σ)**. Πρόκειται στην πραγματικότητα για την περιγραφή της πιθανότητας σκέδασης με χρήση μονάδων επιφάνειας **(barn=b=10^{-24}cm^2)** – δεδομένου ότι όσο μεγαλύτερη επιφάνεια παρουσιάζει ένας πυρήνας τόσο πιθανότερο είναι το σωματίδιο-βλήμα να σκεδαστεί από αυτόν τον πυρήνα.
Για σκέδαση για γωνίες θ>Θ έχουμε:

$$\sigma(\theta>\Theta)=\pi\left[\frac{p}{2}\tan^{-1}(\frac{\Theta}{2})\right]^2$$

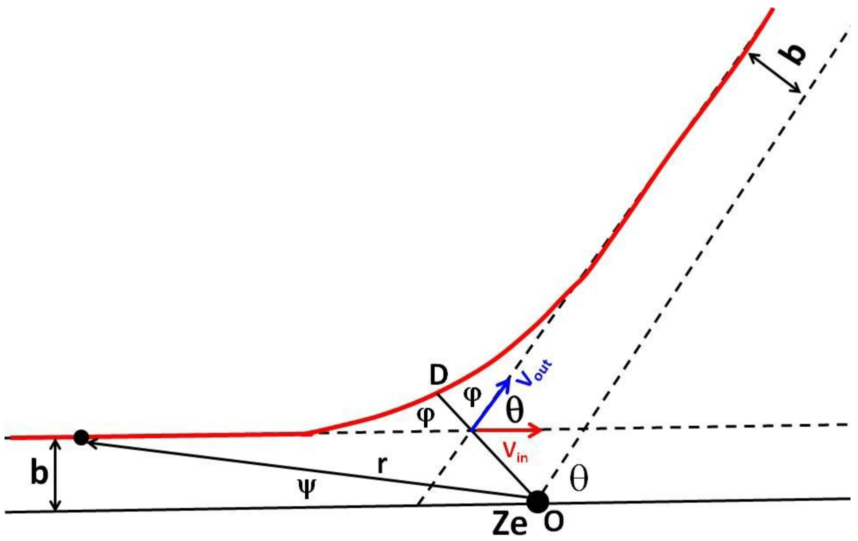
Αντίστοιχα η παραπάνω εξίσωση μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\sigma(\theta>\Theta)=\frac{\pi}{4}\left[\frac{Zze^2}{4\pi\varepsilon_0 KE}\right]^2\tan^{-2}(\frac{\Theta}{2})$$

Μια διαφορετική έκφραση είναι αυτή της διαφορικής ενεργού διατομής όπου παρουσιάζει την **πιθανότητα σκέδασης σε μια συγκεκριμένη γωνία θ**.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left[\frac{Zze^2}{16\pi\varepsilon_0 KE}\right]^2\frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί η **εξάρτηση από την γωνία η οποία είναι της μορφής 1/sin^4(θ/2)**.



Σχήμα 3: Σκέδαση Rutherford και αναπαράσταση των βασικών παραμέτρων.

Παραδείγματα:

1)Υπολογίστε την ενεργό διατομή της σκέδασης σωματιδίων α (z=2), με κινητική ενέργεια 1 MeV, από πυρήνα χρυσού (ο Au έχει Z=79, ρ=19.32 gr/cm3, A=196.97 gr) για γωνία σκέδασης μεγαλύτερη από 10^{o}, 15^{o}, 25^{o}, 45^{o}. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε πηγή α η οποία είναι τοποθετημένη σε μεταλλικό κουτί με κυλινδρική οπή από την οποία εκπέμπονται $N_0 = 1\text{x}10^{10}$ σωματίδια α ανά δευτερόλεπτο και τα οποία προσπίπτουν κάθετα πάνω στο φύλλο χρυσού πάχους Δx = 50 μm. Υπολογίστε πόσα σωματίδια σκεδάζονται ανά δευτερόλεπτο σε γωνία μεγαλύτερη από 45^{o}.
(Άσκηση από σημειώσεις καθ. Κ. Φουντά)

$$\sigma(\theta > \Theta) = \frac{\pi}{4}\left[\frac{Zze^2}{4\pi\varepsilon_0 KE}\right]^2 \tan^{-2}\left(\frac{\Theta}{2}\right)$$ και λαμβάνοντας υπόψιν

$$\textit{Σταθερά Λεπτής Υφής}: \frac{e^2}{4\pi\,\varepsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137},$$
$$\hbar \cdot c = 197.3\ MeV\ fm$$

$$\sigma(\theta > \Theta) = \frac{\pi}{4}(Zz)^2 \left[\frac{1}{137}\right]^2 \left[\frac{197.3\, MeV\, fm}{KE}\right]^2 \tan^{-2}\left(\frac{\Theta}{2}\right)$$

τότε για διάφορες γωνίες Θ (=10, 15, 25, 45) έχουμε

$$\sigma(\theta > \Theta) = \frac{\pi}{4}(79 \cdot 2)^2 \left[\frac{1}{137}\right]^2 \left[\frac{197.3\, MeV\, fm}{1\, MeV}\right]^2 \tan^{-2}\left(\frac{\Theta}{2}\right)$$

$$\sigma(\theta > 10) = \frac{\pi}{4}(79 \cdot 2)^2 \left[\frac{1}{137}\right]^2 \left[\frac{197.3\, MeV\, fm}{1\, MeV}\right]^2 \tan^{-2}\left(\frac{10}{2}\right) = 5.31 \cdot 10^6\, fm^2 = 5.31 \cdot 10^4\, b$$

$$\sigma(\theta > 45) = 2.37 \cdot 10^3\, b$$

Σωματίδια που σκεδάζονται για γωνίες μεγαλύτερες των 45^0

$$N = I \cdot T \cdot \sigma$$

όπου $I = 10^{10}$ (1/s) και

$$T = \frac{\rho(Au)\, \Delta\chi\, N_A}{A} = \frac{19.3\, gr\, cm^{-3} \cdot 50 10^{-4}\, cm \cdot 6.023\, 10^{23}}{197\, gr} = 2.95 \cdot 10^{20}\, cm^{-2}$$

$$N = I \cdot T \cdot \sigma = 10^{10}(1/s) \cdot 2.95\, 10^{20}\, cm^{-2} \cdot 2.37\, 10^3\, 10^{-24}\, cm^2 = 7 \cdot 10^9 (1/s)$$

2)Υπολογισμός πυκνότητας πυρήνα

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r_o^3 A$$
$$M = Am$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{Am}{\frac{4}{3}\pi r_o^3 A} = \frac{3\mathrm{m}}{4\pi r_o^3} = \frac{3 \cdot 1.67\, 10^{-27}\, kgr}{4 \cdot \pi \cdot (1.2 10^{-15})^3 m^3} = 2.3 \cdot 10^{17}\, kgr/m^3$$

Ένας αστέρας νετρονίων έχει την ίδια ή ακόμα και τριπλάσια πυκνότητα!

3) Θεωρώντας σκέδαση Rutherford υπολογίστε τη διαφορική ενεργό διατομή dσ/dΩ σε b × sr^{-1} της σκέδασης πρωτονίων (z=1) με κινητική ενέργεια 9 MeV από λεπτό φύλλο χρυσού (ο Au έχει Z=79, ρ=19.32 gr/cm3, A=196.97 gr). Ας υποθέσουμε ότι έχουμε κυλινδρική δέσμη πρωτονίων διαμέτρου η οποία μεταφέρει I = 5×10^{18} sec^{-1} πρωτόνια ανά δευτερόλεπτο και τα οποία προσπίπτουν κάθετα πάνω στο φύλλο χρυσού πάχους Δx = 1 μm. Ανιχνευτής σωματιδίων με επιφάνεια ΔS = 2 cm^2 τοποθετείται σε απόσταση r = 1 m από το σημείο πρόσπτωσης της δέσμης πάνω στο χρυσό και σε γωνία θ = 45° από την διεύθυνση της δέσμης. Υπολογίστε πόσα σωματίδια ανιχνεύονται ανά δευτερόλεπτο από τον ανιχνευτή.
(Παρόμοια άσκηση στις σημειώσεις καθ. Κ. Φουντά)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left[\frac{Zze^2}{16\pi\varepsilon_0 KE}\right]^2\frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{(Zz)^2}{16}\left[\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}\right]^2\left[\frac{\hbar c}{KE}\right]^2\frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{(Z\cdot z)^2}{16}\left[\frac{1}{137}\right]^2\left[\frac{197.3\,MeV\,fm}{KE}\right]^2\frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{(79\cdot 1)^2}{16}\left[\frac{1}{137}\right]^2\left[\frac{197.3\,MeV\,fm}{9\,MeV}\right]^2\frac{1}{\sin^4(45/2)}=4.66\,10^2\,fm^2\,sr^{-1}=4.66\,b\,sr^{-1}$$

Οι πυρήνες χρυσού ανά μονάδα επιφάνειας:

$$T=\frac{\rho(Au)\,\Delta\chi\,N_A}{A}=\frac{19.3\,gr\,cm^{-3}\cdot 1\,10^{-4}\,cm\cdot 6.023\,10^{23}}{197\,gr}=5.9\cdot 10^{18}\,cm^{-2}$$

Η στερεά γωνία:

$$\Delta\Omega=\frac{2\,cm^2}{100^2\,cm^2}=2\cdot 10^{-4}\,sr$$

Ο ρυθμός γεγονότων στον ανιχνευτή:

$$N=\frac{d\sigma}{d\Omega}\cdot d\Omega\cdot I\cdot T=4.66\,b\,sr^{-1}\,2\,10^{-4}\,sr\cdot 5\,10^{18}\cdot 5.9\,10^{18}\,cm^{-2}$$

$$N=\frac{d\sigma}{d\Omega}\cdot d\Omega\cdot I\cdot T=4.66\,10^{-24}\,cm^2\,sr^{-1}\,2\,10^{-4}\,sr\cdot 5\,10^{18}\cdot 5.9\,10^{18}\,cm^{-2}$$

$$N=2.8\,10^{10}\,(1/s)$$